5-Ma'ruza

Mexanik tebranishlar

Reja:

1. Mexanik tebranishlar.
2. Mayatniklar.
3. Bir xil yo'nalishdagi tebranishlarni qo'shish.
4. O'zaro perpendikulyar tebranishlarni qo'shish.
5. Garmonik tebranishlar energiyasi.
6. So'nuvchi va majburiy tebranishlar.

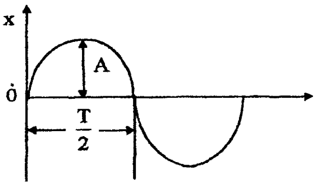
Biror moddiy nuqtaning muvozanat vaziyatidan goh bir tomonga, goh ikkinchi tomonga harakatlanishi davriy takrorlanadigan jarayon ***tebranma harakat*** deb ataladi. Harakatning bu turini biz tabiatda, texnikada juda ko'p uchratamiz. Masalan, soat mayatnigining, kamerton shoxchalarining, telefonlarning membranalari tebranishlari, bug' dvigatellari va ichki yonuv dvigatellarining porshenlari harakatlarni olish mumkin. Tebranishlarning eng oddiy turi ***garmonik tebranishdir***. Jismning harakat trayektoriyasini vaqt bo'yicha o'zgarishi sinus yoki kosinuslar qonuni bo'yicha o'zgaradigan tebranishlarga ***garmonik tebranishlar*** deyiladi.

$$x = A\sin(\omega t + \alpha)$$

yoki

$$x = A\cos(\omega t + \alpha) \qquad (5.1)$$

Bunda x–jismning siljishi, A–jismning muvozanat holatidan maksimal siljishi bo'lib, ***uni tebranish amplitudasi deyiladi.*** Sinus yoki kosinusning eng katta qiymati birga teng bo'lgani uchun $X_{maks}=A$ bo'ladi; $(\omega t+\alpha)$– garmonik tebranishning fazasi, α- tebranishning boshlang'ich fazasi deyiladi; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ berilgan tebranish uchun doimiy bo'lib, garmonik tebranishning siklik chastotasi deyiladi. $\alpha=0$ bo'lgan hol uchun (5.1) tenglama bilan ifodalangan garmonik tebranishlar grafigi 5.1 – rasmda tasvirlangan.



5.1 – rasm.

Tebranma harakat qilayotgan jismning muvozanat vaziyatdan eng chetga chiqishi ***siljish*** deb ataladi. Jismning bitta to'liq tebranishi amalga oshishi uchun ketgan vaqt ***davr (T)*** deb ataladi.

Tebranuvchi jism bitta davr ichida to'rtta amplitudaga teng bo'lgan yo'lni bosib o'tadi. Agar t vaqtda jism n marta tebrangan bo'lsa, uning davri

$$T = \frac{t}{n}\,(s) \qquad (5.2)$$

ga teng bo'ladi. Birlik vaqt davomidagi tebranishlar soni

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad \left(\frac{1}{s} = 1Hz\right) \qquad (5.3\ )$$

chastota deyiladi. SI da davr ***sekund(s)*** larda, chastota esa ***Gers***larda (Hz) o'lchanadi. Siklik va chiziqli chastotalar orasida quyidagicha bog'lanish bor:

$$\omega = 2\pi\nu \qquad (5.5)$$

bunda $\omega - 2\pi$ sekund ichida to‘la tebranishlar sonini ifodalaydi.

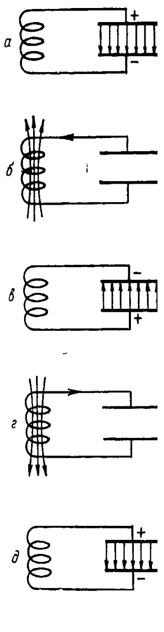
Tebranayotgan jismga ta’sir etuvchi kuch siljishga proporsionaldir, lekin kuch siljishga teskari yo‘nalgan :

$$F = -kx \qquad (5.5)$$

Agar tebranayotgan po‘lat sharcha prujinaga osilgan bo‘lsa, k – prujinaning ***bikrligi*** deyiladi. (5.5) munosabat tebranma harakat uchun **Guk** qonuni deb yuritiladi. Nyuton ikkinchi qonunidan foydalansak (5.5) quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$m\,a = -k\,x \qquad (5.6)$$

Bu yerdagi $a = \dfrac{d^2x}{dt^2}$ teng ekanligini e’tiborga olsak, (5.6) ifoda quyidagi ko‘rinishga keladi:



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \qquad \text{yoki} \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (5.7)$$

Bunda k va m musbat kattaliklar bo‘lganligi uchun

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \qquad (5.8)$$

belgilasak (5.7) ifoda

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (5.9)$$

ko‘rinishni oladi. (5.9) ifoda ikkinchi tartibli differensial tenglama bo‘lib, uning yechimi

$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha) \qquad (5.10)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bu ifoda (5.1) tenglamaning o‘zginasidir, bu yerda A–amplituda, x–siljish, $(\omega_0 t + \alpha)$-tebranish fazasi, α – esa boshlang‘ich fazasidir.

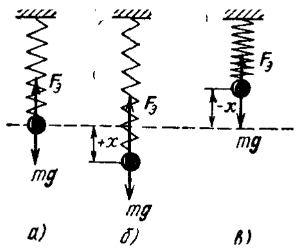
Demak, yuqorida bayon etilgan fikrlarni umumlashtirib, garmonik tebranishga yana quyidagi ta’rif o‘rinli bo‘ladi: ***Jismning siljishga proporsional, muvozanat vaziyati tomon yo‘nalgan kuch ta’sirida sodir bo‘luvchi tebranishlarni garmonik tebranishlar deyiladi.***

(5.10) dagi ω_0 – tebranishning ***xususiy*** siklik chastotasi deb ataladi. Xususiy tebranish davri (T_0) bilan ω_0 ning munosabati quyidagicha ifodalanadi:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \qquad (5.11)$$

5.2. Mayatniklar

Muvozanat vaziyati atrofida goh u yon, goh bu yon tebranma harakat qiladigan qattiq jism ***mayatnik*** deb ataladi. Prujinali, matematik va fizik mayatniklarning tebranishi qonuniyatlari bilan tanishib o‘taylik.

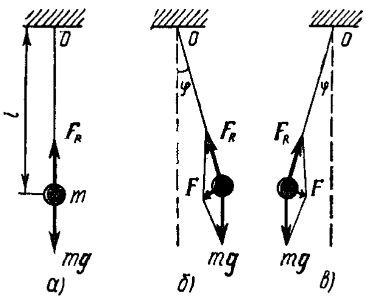


1. Prujinali mayatnik. Prujinaga osilgan *m*– massali sharchadan iborat sistemani qarab chiqaylik (15.5–rasm). Muvozanat holatida *mg* og‘irlik kuchi F_e elastik ($F_e=-kx$) kuchi bilan muvozanatlashadi. Tashqaridan ta’sir bo‘lmaguncha mayatnik o‘zining muvozanat vaziyatini saqlayveradi. Agar sharchani pastga $x>0$ masofaga tortib uni muvozanat vaziyatdan chiqarsak (15.5b – rasm), yukning og‘irlik kuchi prujinaning elastiklik kuchidan kichik bo‘lib qoladi, F_e kuchi esa muvozanat vaziyat tomon yo‘nalgan bo‘ladi $(F_Э<0)$. Sharcha muvozanat vaziyatga yetsa, inersiya tufayli harakatni davom ettiradi, natijada $x<0$ bo‘lganda kuch $(F_Э>0)$ bo‘ladi, (5.5 v–rasm) prujina siqiladi. Bu holda yukka ta’sir etuvchi natijaviy kuch, yana muvozanat vaziyat tomon yo‘nalgan bo‘ladi. Shu tariqa muvozanat vaziyatdan chiqarilgan prujinali mayatnikning tebranishlari amalga oshadi. (15.8) va (15.11) ifodalardan foydalanib prujinali mayatnikning tebranish davri uchun

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (5.19)$$

formulani hosil qilamiz.

2. Matematik mayatnik. Cho‘zilmaydigan vaznsiz ipga osilgan og‘irlik kuchi ta’sirida vertikal tekislikdagi aylana yoyi bo‘ylab tebrana oladigan moddiy nuqta ***matematik mayatnik*** deyiladi.



5.5 – rasm.

Mayatnik ipi vertikal vaziyatda bo‘lsa, sharchaga ta’sir etuvchi og‘irlik kuchi (mg) ipning taranglik kuchi $(\overrightarrow{F_R})$ bilan muvozanatlashadi. Lekin mayatnikni muvozanant vaziyatdan biror φ burchakka og‘dirilganda og‘irlik kuchi $(m\vec{g})$ va ipning taranglik kuchi $(\overrightarrow{F_R})$ bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydi. Natijada ularning teng ta’sir etuvchi kuchi $\vec{F}=m\vec{g}+\overrightarrow{F_R}$ hosil bo‘ladi. Mayatnik o‘ng tomonga og‘gan holda (15.5b – rasm) $\vec{F}$ chap tomonga yo‘nalgan, mayatnik chap tomonga og‘gan holda (5.5 *v*-rasm) $\vec{F}$ o‘ng tomonga yo‘nalgan bo‘ladi.

Demak,

$$F = -mg\sin\varphi \qquad (5.20)$$

Bu kuch ta’sirida sharcha l radiusli aylana yoyi bo‘ylab muvozanat vaziyati tomon harakatlanadi. Mayatnikning bu harakati aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi

$$I\varepsilon = \mathrm{M} \qquad (5.21)$$

bilan xarakterlanadi. Bunda *I*-sharchaning aylanishi o‘qiga nisbatan inersiya momenti, *ε*-uning burchak tezlanishi, *M* esa *F* kuchning O o‘qqa nisbatan momenti bo‘lgani uchun

$$I = ml^2,\ \varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2},\ M = -mg\,l\sin\varphi$$

ifodalardan foydalanib (5.21) ni quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$ml^2\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl\sin\varphi \quad \text{yoki} \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\varphi = 0 \qquad (5.22)$$

φ burchak kichik bo‘lganda. *Sinφ* ni taqriban φ bilan almashtirish mumkin. Natijada (5.22) ifoda

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\varphi = 0$$

ko‘rinishga keladi:

$$\frac{g}{l} = \omega_0^2 \qquad (5.23)$$

belgilash kiritsak:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0 \qquad (5.25)$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamaning yechimi

$$\varphi = \varphi_m\cos(\omega t + \alpha) \qquad (5.25)$$

ko‘rinishda bo‘ladi. (5.25) dan foydalanib matematik mayatnik tebranish davri

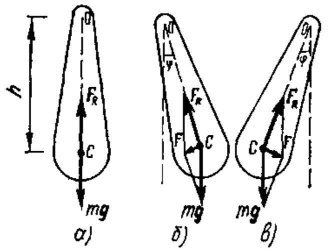
$$T_M = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (5.26)$$

formula bilan ifodalanishini topamiz.

Demak, kichik og‘ish burchaklarda matematik mayatnikning tebranish davri mayatnik uzunligining kvadrat ildiziga to‘g‘ri proporsional, erkin tushish tezlanishining kvadrat ildiziga teskari proporsional bo‘lib mayatnik tebranishlarining amplitudasiga va massasiga bog‘liq emas. Shuningdek, matematik mayatnikning tebranish tekisligi o‘zgarishsiz qoladi.

3. Fizik mayatnik – deganda inersiya markazidan o‘tmaydigan gorizontal qo‘zg‘almas aylanish o‘qi atrofida og‘irlik kuchi ta’sirida harakatlana oladigan qattiq jism tushuniladi. Aylanish o‘qi fizik mayatnikning osilish o‘qi deb ataladi. Fizik mayatnikning inersiya markazi (*S*) dan osilish o‘qiga o‘tkazilgan perpendikulyar (*OS*) vertikal chiziq bilan mos tushgan holda mayatnik muvozanat vaziyatda bo‘ladi.

Muvozanat vaziyatdan biror burchakka og‘dirilganda (5.6 b- yoki 5.6 v–rasm) $\vec{mg}$ va $\vec{F_R}$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi fizik mayatnikni muvozanat vaziyati tomon qaytarishga intiluvchi $\vec{F}$ kuchdir. Fizik mayatnikning harakati uchun aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi



5.6 – rasm.

$$I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgh\sin\varphi \qquad (5.27)$$

tarzida yoziladi. Bu yerda *I*–fizik mayatnikning osilish o‘qiga nisbatan inersiya momenti, *m* - massasi, *h* – esa fizik mayatnikning osilish o‘qi va inersiya markazi orasidagi masofa. Kichik tebranishlar uchun $sin\alpha=\varphi$ ekanligini hisobga olsak, (5.27) quyidagicha yoziladi:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgh}{I}\varphi = 0$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0 \qquad (5.28)$$

tenglamaga

$$\omega_0^2 = \frac{mgh}{I} \qquad (5.29)$$

belgilash kiritdik.

Shunday qilib, fizik mayatnikning tebranish davri

$$T_\phi = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \qquad (5.30)$$

formula bilan aniqlanadi.(5.26) va (5.30) larni solishtirib

$$l_k = \frac{I}{mh} \qquad (5.31)$$

fizik mayatnikning keltirilgan uzunligi *(l_k)* ni topamiz. Shunday qilib, fizik mayatnikning keltirilgan uzunligi shunday matematik mayatnikning uzunligidan iboratki, bu mayatnikning tebranish davri berilgan fizik mayatnikning tebranish davriga teng bo‘ladi.

(5.19), (5.26) va (5.30) lar asosida quyidagi xulosaga kelamiz: prujinali mayatnik, matematik va fizik mayatniklar uchun umumiy xususiyati shundan iboratki, mayatniklarning kichik tebranishlarida, ya’ni garmonik tebranishlar sodir bo‘layotganda tebranish davri, amplitudaga bog‘liq emas. Mayatniklarning bu xossasi ***izoxronlik*** deb ataladi. Bu ko‘rib o‘tilgan mayatniklar texnikaning turli sohalarida qo‘llaniladi.

5.3. Bir xil yo‘nalishdagi tebranishlarni qo‘shish

Yo‘nalishlari va chastotalari bir xil, lekin amplituda va boshlang‘ich fazalari turlicha bo‘lgan ikkita garmonik tebranishlarning qo‘shilishini qarab chiqaylik. Tebranuvchi jismning *x* siljishi quyidagi x_1 va x_2 siljishlarning yig‘indisidan iborat bo‘ladi:

$$x_1 = A_1\cos(\omega_0 t+\alpha_1) \quad x_2 = A_2\cos(\omega_0 t+\alpha_2) \tag{5.32}$$

Bu tebranishlarni qo‘shishda amplitudalarning vektorlar diagrammasidan foydalanamiz. Vektorlarning qo‘shish qoidasiga binoan natijaviy *A* vektorni chizaylik. Bu vektorning *x* o‘qiga proyeksiyasi, qo‘shiluvchi vektorlar proyeksiyalarining yg‘indisiga teng, ya’ni

$$x = x_1 + x_2$$

ekanligini (5.7-rasm)dan ko‘rish qiyin emas.

Demak, A vektor natijaviy tebranish amplitudasidir. Bu vektor ham A_1 va A_2 vektorlar kabi ω_0 burchak tezlik bilan aylanadi.

A ning qiymatini esa kosinuslar teoremasidan foydalanib topish mumkin.

$$\begin{aligned} A^2 &= A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos[\pi - (\alpha_2-\alpha_1)] = \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\alpha_2-\alpha_1) \end{aligned} \tag{5.33}$$

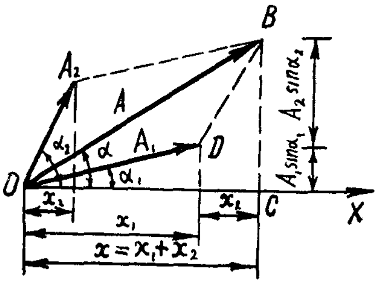
α ning qiymatini *OVS* uchburchakdan aniqlaymiz:

$$tg\alpha = \frac{BC}{OC} = \frac{A_1\sin\alpha_1 + A_2\sin\alpha_2}{A_1\cos\alpha_1 + A_2\cos\alpha_2} \tag{5.35}$$

Shunday qilib, garmonik tebranishlarni vektorlar yordamida tasvirlash usuli, bir necha tebranishlarni qo‘shishni, vektorlarning qo‘shish qoidasiga keltirishga imkon berar ekan. Demak, natijaviy tebranma harakat ham ω_0 chastota bilan qo‘shiluvchi tebranishlar yo‘nalishida amalga oshuvchi garmonik tebranish bo‘ladi, uning tenglamasi

$$x = A\cos(\omega_0 t+\alpha) \tag{5.35}$$

bo‘lib, A va α ning qiymatlari (5.33) va (5.35) ifodalar bilan aniqlanadi.



5.7 – rasm.

5.4. O‘zaro perpendikulyar tebranishlarni qo‘shish.

O‘zaro perpendikulyar tebranishlarning tenglamalari

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1\cos(\omega_0 t+\alpha_1) \\ y_2 &= A_2\cos(\omega_0 t+\alpha_2) \end{aligned} \tag{5.36}$$

ko‘rinishida yoziladi. Bunda A_1 va A_2, α_1 va α_2 mos ravishda birinchi va ikkinchi tebranishlarning amplitudalari va boshlang‘ich fazalari.

(5.36) tenglamalar ustida bir qator matematik amallar bajarib, *t* ni yo‘qotsak, moddiy nuqta natijaviy harakati trayektoriyasining tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\alpha_2-\alpha_1)=\sin^2(\alpha_2-\alpha_1) \qquad (5.37)$$

Bu tenglamani quyidagi xususiy hollar uchun tadbiq qilaylik:

1). α_2 - α_1= 0, ya’ni α_1= α_2 = α bo‘lsin. U holda (5.37) quyidagicha ko‘rinishga keladi:

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}=0 \qquad \text{yoki} \qquad \left(\frac{x}{A_1}-\frac{y}{A_2}\right)^2=0$$

bundan

$$y=\frac{A_1}{A_2}x \qquad (5.38)$$

to‘g‘ri chiziq tenglamasini hosil qilamiz.

2). $\alpha_2-\alpha_1=\pm\pi$ bo‘lsin. U holda (5.37) tenglama

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}+\frac{2xy}{A_1A_2}=0 \qquad \text{yoki} \qquad \left(\frac{x}{A_1}+\frac{y}{A_2}\right)^2=0$$

ko‘rinishga keladi. Bundan:

$$y=-\frac{A_1}{A_2}x \qquad (5.39)$$

hosil qilamiz. (5.39) ifoda ham ***to‘g‘ri chiziq*** tenglamasidir.

3). $\alpha_2-\alpha_1=\pm\frac{\pi}{2}$ bo‘lsin. U holda (15.37) ifoda

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1 \qquad (5.50)$$

ko‘rinishga keladi. Bu ifoda yarim o‘qlari (A_1 va A_2) *OX* va *OU* o‘qlar bo‘yicha yo‘nalgan ***ellipsning*** tenglamasidir. Agar qo‘shiluvchi tebranishlar amplitudalarining qiymatlari teng bo‘lsa (ya’ni A_1 =A_2) natijaviy harakat trayektoriyasi aylanadan iborat bo‘ladi.

5.5. Garmonik tebranishlar energiyasi

Biz yuqorida mayatniklarni tebranish jarayonida ularning kinetik energiyasi potensial energiyaga va aksincha, potensial energiya esa kinetik energiyaga aylanib turishiga e’tibor qilmadik. Endi garmonik tebranishlar energiyasini aniqlaylik. Massasi *m* bo‘lgan moddiy nuqta elastik kuch ta’sirida garmonik tebranma harakat qiladi.

$$F=-kx$$

Harakat davomida moddiy nuqta ma’lum bir tezlikka erishadi, demak u ma’lum kinetik energiyaga ega bo‘ladi.

$$W_k = \frac{1}{2} m\upsilon^2$$

Lekin garmonik tebranma harakat qilayotgan moddiy nuqtaning tezligi uchun

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[A\cos(\omega_\circ t + \alpha)\right] = -A\omega_\circ \sin(\omega_\circ t + \alpha) \qquad (5.51)$$

ifoda hosil bo‘ladi. U holda kinetik energiya formulasi:

$$W_k = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha) \qquad (5.52)$$

ko‘rinishda yoziladi.

Potensial energiya qiymati esa

$$W_P = \int_0^x |F| dx = \int_0^x kx\, dx = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha) \qquad (5.53)$$

(5.52) va (5.53) lardagi sinus va kosinusning maksimal qiymati 1 ga teng. Shuning uchun kinetik va potensial energiyalarning maksimal qiymatlari quyidagicha:

$$W_k = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2, \qquad (5.55)$$

$$W_P = \frac{1}{2} kA^2 \qquad (5.55)$$

Garmonik tebranma harakat qilayotgan moddiy nuqtaning ixtiyoriy vaziyatdagi to‘liq energiyasi kinetik va potensial energiyalar yig‘indisidan iborat:

$$W = W_k + W_P = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha) + \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$k = m\omega_0^2$ teng ekanligini eslasak to‘liq energiya uchun

$$W = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 \quad \text{yoki} \quad W = \frac{1}{2} kA^2 \qquad (5.56)$$

formulani hosil qilamiz.

Buni (5.55) va (5.55) bilan taqqoslab, quyidagi xulosaga kelamiz: tebranuvchi sistemaning ixtiyoriy vaziyatdagi to‘liq energiyasi o‘zgarmaydi va u kinetik yoki potensial energiyaning maksimal qiymatiga teng bo‘ladi.

5.6. So‘nuvchi va majburiy tebranishlar. rezonans

So‘nuvchi tebranishlar. Agar mayatnik muvozanat vaziyatdan chiqarilib, so‘ngra qo‘yib yuborilsa, u holda mayatnik faqat unga dastlabki berilgan energiya tufayli ancha vaqt tebranib turadi. Mayatnikning bunday tebranishlari erkin tebranishlar yoki xususiy tebranishlar deyiladi. Amalda havoning qarshiligi va ishqalanishining mavjudligi mayatnik tebranishlar amplitudasini vaqt o‘tishi bilan kamayishiga olib keladi. ***Vaqt o‘tishi bilan amplitudasi kamayib boradigan tebranishlar so‘nuvchi tebranishlar deyiladi.***

Kichik tezliklarda havoning qarshilik kuchi tezlikka proporsional, lekin unga teskari yo‘nalgan bo‘ladi:

$$F_k = -r\upsilon = -r\frac{dx}{dt} \qquad (5.57)$$

bu yerda *r* – qarshilik koeffitsienti deb ataladi.

Tebranayotgan jism uchun Nyutonning ikkinchi qonunidan foydalansak, natijada so‘nuvchi tebranishni xarakterlaydigan tenglama

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} \qquad (5.58)$$

ko‘rinishida yoziladi. Bu tenglamaning ikki tomonini m ga bo‘lsak va

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \quad ; \quad \frac{r}{m} = 2\beta \qquad (5.59)$$

belgilashlardan foydalansak, quyidagi munosabatni hosil qilamiz:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_\circ^2 x = 0 \qquad (5.50)$$

Bu tenglamaning yechimi $\beta \prec \omega_0$ bo‘lgan holda quyidagicha bo‘ladi:

$$x = A_\circ e^{-\beta t}\cos(\omega_C t + \alpha) \qquad (5.51)$$

Bundagi $\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{d\sigma}{dt}$ - so‘nuvchi tebranish chastotasi, uning qiymati

$$\omega_C = \sqrt{\omega_\circ^2 - \beta^2} \qquad (5.52)$$

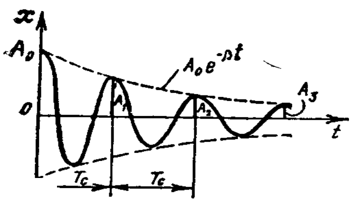
munosabat bilan aniqlanadi. Faqat bitta xususiy holda, ya’ni $\beta - \frac{r}{2m} = 0$ bo‘lgan holda $\omega_c = \omega_0$ bo‘ladi. So‘nuvchi tebranish davri (*T_s*) esa xususiy tebranish davri (*T_0*) dan katta:

$$T_C = \frac{2\pi}{\omega_C} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_\circ^2 - \beta^2}} > T_\circ = \frac{2\pi}{\omega_\circ} \qquad (5.53)$$

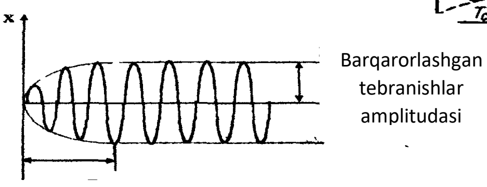
so‘nuvchi tebranishlarning amplitudasi esa vaqt o‘tishi bilan

$$A = A_0 e^{-\beta t} \qquad (5.55)$$

qonun bo‘yicha kamayib boradi (15.8 – rasm). Bunda A_0 - boshlang‘ich amplituda, β esa so‘nish koeffitsienti deb ataladi. Amplitudaning kamayib borishi 15.8-rasmda punktir chiziq bilan tasvirlangan.



sm.



5.9 – rasm.

Majburiy tebranishlar.

Mayatnikning tebranishlari so‘nmasligi uchun atrof-muhitga ketayotgan energiyani uzluksiz qayta tiklab turish kerak, ya’ni mayatnikka davriy o‘zgarib turuvchi kuch bilan ta’sir qilib turish kerak. Davriy ravishda o‘zgarib turadigan bunday tashqi kuchni ***majbur etuvchi kuch*** deb ataladi.

Moddiy nuqtaga garmonik qonun bo‘yicha o‘zgaruvchi

$$F = F_0 \cos\omega t$$

kuch ta’sir etsin. Dinamikaning ikkinchi qonuniga asosan, moddiy nuqtaning mazkur holdagi harakat tenglamasini quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} + F_0 \cos\omega t$$

yoki

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t \qquad (5.55)$$

(5.55) tenglamaning xususiy yechimi esa majbur etuvchi kuch chastotasi ω bilan sodir bo‘ladigan tebranishlarni aks ettiradi. Bu tebranishlarni moddiy nuqtaning majburiy tebranishlari deyiladi (5.9–rasm).

Moddiy nuqtaning xususiy tebranishlari majbur etuvchi kuch ta’sir eta boshlagan dastlabki paytda vujudga keladi va ekspotensial qonun bo‘yicha so‘nadi. (5.55) tenglamaning izlanayotgan yechimi:

$$x = A\cos(\omega t + \alpha) \qquad (5.56)$$

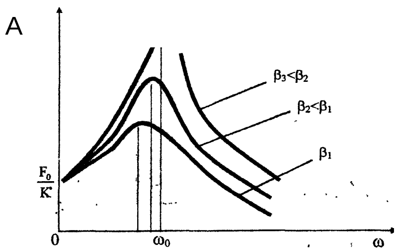
munosabat bilan aniqlanadi. Bundagi *A* majburiy tebranishlar amplitudasi, uning qiymatini:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \qquad (5.57)$$

formula yordamida hisoblash mumkin. α esa majbur etuvchi kuch va majburiy tebranish fazalarining farqi, uning qiymati:

$$tg\alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad (5.58)$$

formula yordamida hisoblanadi.



5.10 – rasm.

<u>**Rezonans hodisasi.**</u> Agar $\omega=0$ bo‘lganda, ya’ni majbur etuvchi kuchning qiymati o‘zgarmaganda (15.57) ifodadan

$$A = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{K} \qquad (5.59)$$

kelib chiqadi. $\omega \to \infty$ bo‘lsa, (5.57) ga asosan, amplituda nolga intiladi (5.10-rasm)dan ko‘rinadiki, ω ning biror oraliq qiymatida amplituda maksimal qiymatga erishadi. Bu hodisa, ya’ni majbur etuvchi kuch chastotasining biror aniq qiymatida majburiy tebranishlar amplitudasining keskin ortib ketishi ***rezonans hodisasi*** deb ataladi.

Rezonans hodisasi amalga oshgan holdagi majbur etuvchi kuchning chastotasini ***rezonans chastotasi*** deb, amplitudaning maksimal qiymatini esa ***rezonans amplituda*** deb ataladi. Rezonans hodisasi ro‘y berganda (5.57) ifoda maksimal qiymatga erishadi, ammo bu holda mazkur ifodaning maxraji minimal qiymatga erishishi lozim. Shuning uchun (5.57) ning maxrajidan ω bo‘yicha hosila olib, uni nolga tenglashtiraylik:

$$-2(\omega_0^2 - \omega^2)2\omega + 8\beta^2\omega = 0$$

yoki

$$-(\omega_0^2 - \omega^2) + 2\beta^2 = 0$$

bundan

$$\omega = \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \qquad (5.60)$$

Rezonans chatotasining bu qiymatini (5.57) qo‘ysak, rezonans amplituda qiymatini topamiz:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \tag{5.61}$$

Demak, rezonans chastota va rezonans amplituda β ga bog‘liq. β kamaygan sari ω_r ortib boradi va xususiy tebranishlar chastotasi (ω_0) ga yaqinlashib boradi. $\beta=0$ bo‘lganda esa rezonans amplitudaning qiymati cheksiz katta bo‘lib ketadi. Real holatda rezonans amplituda chekli qiymatga ega bo‘ladi, chunki real sharoitda $\beta\neq 0$ bo‘ladi.

Savol va topshiriqlar

1. Erkin tebranishlar deb nimaga aytiladi?
2. So’nuvchi tebranishlar va majburiy tebranishlar rezanansi deb nimaga aytiladi?
3. Fizik mayatnik matematik mayatnik prijinali mayatnik deb nimaga aytiladi?
4. Gamonik tebranish energiyasi qanday gormula bilan ifodalaniladi?